SEA SURFACE TEMPERATURE - 08 APR 2004 - NCEP UW-SSEC

# Processos Dinâmicos e Forçantes da Circulação Oceânica

60

**-**ISB

### Mauro Cirano

-90 -105 -120 -135 -150

:[1

SEA SURFACE TEMPERATURE - 08 APR 2004 - (NCEP) UW-SSEC

5

# Sumário

- Introdução
- Balanços de Momento e Massa
- Balanço de Calor, Sal e Equação de Estado
- Camadas de Mistura
- Circulação forçada pelo vento
- Balanço Geostrófico
- Vorticidade, ondas de Kelvin e Rossby e instabilidades
- Modelos de Sverdrup, Stommel e Munk
- Correntes de Contorno Leste e Circulação Equatorial
- Circulação Profunda

# Introdução

- Em última instância, a circulação oceânica é forçada pelo Sol, Lua ou também por processos tectônicos
- A energia do Sol é transferida ao oceanos através dos fluxos de flutuabilidade (fluxos de calor e água doce) e pela ação do vento
- A Lua age no oceano através das marés que criam ondas internas as quais, ao quebrarem, geram turbulência e mistura
- Terremotos e correntes de turbidez criam ondas irregulares e ocasionais, como por exemplo, os tsunamis

# Introdução

- A rotação da Terra afeta profundamente a circulação oceânica
- Em um fluido sem rotação, uma diferença de pressão entre dois pontos, guia o fluido em direção à menor pressão
- Em um fluido sob o efeito da rotação, no entanto, o fluxo pode ser geostrófico, fluindo o redor dos centros de alta ou baixa pressão devido ao efeito de Coriolis
- A circulação oceânica pode ser dividida em Circulação forçada pelo Vento e Circulação Termohalina
- Os ventos atuam diretamente na camada mais superficial, através do atrito, gerando as correntes mais superficiais e indiretamente gerando os giros de larga escala
- A Circulação Termohalina ocorre de forma muito mais lenta e com correntes menos intensas quando comparada à Circulação forçada pelo Vento

- O movimento de um fluido é governado por 3 equações que expressam como a velocidade (ou o momento) varia em cada um das 3 direções
- 2<sup>a</sup> Lei de Newton: F=ma, ou seja, para o oceano temos:
  Forças/volume = Densidade x (Aceleração + Advecção)
- As forças atuantes são: Força do Gradiente de Pressão, Gravidade e Atrito
- Chamamos essa expressão de Equação de Conservação do Momento

- Referenciais Euleriano e Lagrangeano
- A inclusão da advecção indica que a conservação do momento está expressa em um referêncial **Euleriano**, ou seja, onde o observador está em um ponto fixo em relação à Terra (ex. correntômetro fixo)
- Retirando-se a advecção, temos a equação da conservação do momento para um referencial Lagrangeano, onde o observador desloca-se junto com a corrente (ex. bóia de deriva)
- Fluxo geofísico em rotação
- A aceleração inclui não só a aceleração local devido as forças atuantes mas também as contribuições devido à rotação, como as acelerações centrífuga e de Coriolis

#### Aceleração e Advecção

- Aceleração é a mudança de velocidade com o tempo. Em coordenadas Cartesianas o vetor velocidade é V=(u,v,w), sendo u a componente zonal (eixo x), v a componente meridional (eixo y) e w a componente vertical (eixo z) da velocidade
- > Aceleração na direção x =  $\partial u/\partial t$
- Advecção indica como o fluxo move propriedades escalares (e.g. temperatura) e vetoriais (e.g. velocidade)
- > Advecção na direção x =  $u\partial u/\partial x + v\partial u/\partial y + w\partial u/\partial z$
- Derivada total na direção x =

 $Du/Dt = \partial u/\partial t + u\partial u/\partial x + v\partial u/\partial y + w\partial u/\partial z$ 



# (a) Acceleration



Aceleração. Extraído de Talley et al (2011).



#### Força Gradiente de Pressão

Variações espaciais de pressão causam um movimento do fluido em direção à menor pressão. Matematicamente temos para a direção x por unidade de volume:

 $-\partial p/\partial x$ 

#### Força Gravitacional

A força gravitacional entre uma parcela de fluido e a Terra é direcionada para o centro de massa da Terra. Na direção z, por unidade de volume temos:

-pg



Força Gradiente de Pressão. Extraído de Talley et al (2011).





Força da Gravidade. Extraído de Talley et al (2011).

#### Rotação: Força Centrífuga

- Uma força aparente com direção contrária ao centro de massa do objeto em rotação
- Como a Terra gira em torno de um eixo fixo, a direção da força centrífuga é oposta à direção da força gravitacional no equador
- A força centrípeta é uma força real, enquanto que a força centrífuga é uma força aparente
- > A expressão matemática da força centrífuga por volume é:

 $\Omega^2 r$ 

- Ω é velocidade angular da Terra  $\Omega = 2 \pi / T^{+}$
- r é o raio da Terra e T é o período de revolução da Terra
- A aceleração centrífuga é geralmente combinada com a aceleração da gravidade, sendo então chamada de gravidade efetiva



Forças centrípeta e centrífuga. Extraído de Talley et al (2011).

#### • Rotação: Força de Coriolis

- Quando uma parcela de água, ar ou qualquer outro corpo que tem algum atrito se move, a Terra que está abaixo gira sob esses corpos
- Segundo a Lei de Newton, um corpo se move em linha reta se não houver a ação de nenhuma outra força atuando sobre ele
- Como um observador fixo à superfície da Terra, nós vemos que o corpo aparenta se mover em relação à nossa posição
- No Hemisfério Norte (Sul) a força de Coriolis faz com que um corpo pareça se mover para a direita (esquerda) da sua direção de movimento



Força de Coriolis. Extraído de Talley et al (2011).

#### Rotação: Força de Coriolis

- A Força de Coriolis é diferente de zero somente se o corpo estiver em movimento e é importante somente se o corpo se move por um significativo período de tempo
- É diretamente proporcional à velocidade do corpo em movimento
- Parâmetro de Coriolis: f varia em função da latitude (positivo no HN e negativo no HS)

 $f\,=\,2\Omega\,sin\,\phi$ 

- > As componentes da força de Coriolis são dadas por:
- > Componente x:  $-2\Omega \sin \varphi v \equiv -f v$

> Componente y:  $2\Omega \sin \varphi u \equiv f u$ 

#### Força viscosas ou dissipação

- Fluidos possuem processos associados à viscosidade molecular que podem alisar as variações de velocidade e causar a desaceleração do fluxo como um todo
- Como estes processos moleculares são geralmente muito fracos, os fluidos podem geralmente ser tratados com invíscidos
- No entanto, fluidos turbulentos, como o oceano e a atmosfera, por sua vez, se comportam como se a viscosidade efetiva fosse muito maior que sua viscosidade molecular
- > Esta viscosidade efetiva é denominada viscosidade turbulenta

# (e) Acceleration associated with friction and viscosity



Aceleração associada com o atrito e a viscosidade. Extraído de Talley et al (2011).

#### Viscosidade molecular

- Podemos pensar em viscosidade molecular considerando 2 tipos de movimentos bem diferentes: i) o movimento do fluido em si e ii) o movimento aleatório de suas moléculas
- O movimento aleatório molecular carrega (ou advecta) as maiores velocidades de um lugar a outro, e as colisões com outras moléculas transfere momento entre elas. Isso reduz a intensidade das maiores velocidade dentro do fluido
- A tensão de viscosidade é proporcional ao cisalhamento da velocidade



Processo molecular que gera a viscosidade. U = velocidade do fluxo médio; L' = distância entre moléculas e U' é a velocidade das moléculas. Extraído de Talley et al (2011).

#### Viscosidade molecular

Para um fluido newtoniano, ou seja, com o atrito proporcional ao cisalhamento da velocidade e cuja viscosidade não varia espacialmente, o termo de atrito na Eq. do Momento é em x:

$$v \left( \partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 + \partial^2 u / \partial z^2 \right)$$

- v é a viscosidade molecular (cinética) em m<sup>2</sup>/s
- νρ é a chamada de viscosidade dinâmica
- > Número de Reynolds (Advecção/Atrito) Re = UL/v
- > Número de Ekman (Atrito/Coriolis)  $E = v/fH^2$

#### Viscosidade turbulenta

- Movimentos turbulentos estiram, deformam a estrutura do fluido criando filamentos longos e estreitos
- Em um fluxo turbulento há muito mais mistura do que em um fluxo somente submetido à viscosidade molecular. Sendo assim substituímos os termos de viscosidade molecular pelos de viscosidade turbulenta na Eq. do Momento:

$$A_H(\partial^2 u/\partial x^2 + \partial^2 u/\partial y^2) + A_V(\partial^2 u/\partial z^2)$$

 $A_{\rm H}$  e  $A_{\rm V}$  são os coeficientes de viscosidade turbulenta horizontal e vertical

Apesar de os termos de viscosidade turbulenta serem bem maiores que os de viscosidade molecular, o oceano é considerado quase invíscido, pois Re é grande e E pequeno

#### Equação do Momento

Componente x:

Componente y:

Componente z:

$$\begin{split} Du/Dt - fv &= \partial u/\partial t + u \, \partial u/\partial x \\ &+ v \, \partial u/\partial y + w \, \partial u/\partial z - fv \\ &= -(1/\rho)\partial p/\partial x + \partial/\partial x (A_H \partial u/\partial x) \\ &+ \partial/\partial y (A_H \partial u/\partial y) + \partial/\partial z (A_V \partial u/\partial z) \end{split}$$

$$\begin{split} Dv/Dt + fu &= \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \\ &+ w \frac{\partial v}{\partial z} + fu &= -(1/\rho)\frac{\partial p}{\partial y} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x}(A_H \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(A_H \frac{\partial v}{\partial y}) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z}(A_V \frac{\partial v}{\partial z}) \end{split}$$

$$\begin{split} Dw/Dt &= \partial w/\partial t + u \; \partial w/\partial x + v \; \partial w/\partial y \\ &+ w \; \partial w/\partial z \; = \; -(1/\rho)\partial p/\partial z - g \\ &+ \partial/\partial x (A_H \partial w/\partial x) + \partial/\partial y (A_H \partial w/\partial y) \\ &+ \partial/\partial z (A_V \partial w/\partial z) \end{split}$$

### Balanço de Massa

#### Equação da Conservação de Massa

Para representar o estado físico do oceano devemos incluir a Equação de Conservação de Massa

$$D\rho/Dt + \rho(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z) = 0$$

 Se as variações de densidade são pequenas, usamos a Equação da Continuidade:

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0$$

- Equação da Conservação do Calor
- A temperatura é modificada pelo aquecimento, esfriamento e pela difusão
- $$\begin{split} DT/Dt &= \partial T/\partial t + u \, \partial T/\partial x + v \, \partial T/\partial y \\ &+ w \, \partial T/\partial z = Q_H/\rho c_p + \partial/\partial x (\kappa_H \partial T/\partial x) \\ &+ \partial/\partial y (\kappa_H \partial T/\partial y) + \partial/\partial z (\kappa_V \partial T/\partial z) \end{split}$$

 $Q_H$  é a fonte de calor (positiva para aquecimento e negativa para resfriamento)

K<sub>H</sub> é o coeficiente horizontal de difusão turbulenta

 $K_V$  é o coeficiente vertical de difusão turbulenta

#### Equação da Conservação Sal

- A salinidade é modificada pela adição ou remoção de água doce, o que altera a diluição dos sais
- $$\begin{split} DS/Dt &= \partial S/\partial t + u \; \partial S/\partial x + v \; \partial S/\partial y + w \; \partial S/\partial z \\ &= Q_S + \partial/\partial x (\kappa_H \partial S/\partial x) \\ &+ \partial/\partial y (\kappa_H \partial S/\partial y) + \partial/\partial z (\kappa_V \partial S/\partial z) \end{split}$$

 $Q_s$  é a fonte salinidade (positiva para evaporação líquida e negativa para precipitação/aporte fluvial)

- K<sub>H</sub> é o coeficiente horizontal de difusão turbulenta
- $K_v$  é o coeficiente vertical de difusão turbulenta

	Molecular, at salinity = 35	Eddy: horizontal (along-isopycnal)	Eddy: vertical (diapycnal)
Viscosity	$1.83 \times 10^{-6} \mbox{ m}^2/\mbox{sec}$ at 0 $^\circ \mbox{C}$ $1.05 \times 10^{-6} \mbox{ m}^2/\mbox{sec}$ at 20 $^\circ \mbox{C}$	$10^2$ to $10^4$ m <sup>2</sup> /sec	$10^{-4}  {\rm m^2/sec}$
Thermal diffusivity	$1.37\times 10^{-7}~m^2/sec$ at 0 °C $1.46\times 10^{-7}~m^2/sec$ at 20 °C	$10^2$ to $10^4$ m <sup>2</sup> /sec	$10^{-5}  {\rm m}^2/{\rm sec}$
Haline diffusivity	$1.3 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{sec}$	$10^2$ to $10^4$ m <sup>2</sup> /sec	$10^{-5} \mathrm{m^2/sec}$

Viscosidade e difusividade moleculares e turbulentas. Extraído de Talley et al (2011).

Equação de Estado da Água do Mar

 $\rho \,=\, \rho(S,T,p)$ 

- Essa equação descreve a evolução da densidade em relação ao tempo
- $$\begin{split} D\rho/Dt &= \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \\ &+ w \frac{\partial \rho}{\partial z} = (\frac{\partial \rho}{\partial S}) \frac{DS}{Dt} \\ &+ (\frac{\partial \rho}{\partial T}) \frac{DT}{Dt} + (\frac{\partial \rho}{\partial p}) \frac{Dp}{Dt} \end{split}$$

# Camadas de Mistura

#### Camada de Mistura de Superfície

- Forçada diretamente pela atmosfera através da tensão do vento e fluxos de calor e água doce
- Para uma camada de superfície inicialmente estratificada, a ação do vento gera turbulência e, portanto, mistura criando uma camada de densidade uniforme, ou seja, uma camada de mistura de superfície
- As camadas de mistura mais profundas ocorrem ao final do inverno, pois as temperaturas menores provocam o aprofundamento da camada de mistura e um aumento de densidade

Camadas de Mistura



Desenvolvimento da Camada de Mistura. (a,b) Perfil inicialmente estratificado misturado por turbulência criada pela tensão do vento. Extraído de Talley et al (2011).



Desenvolvimento da Camada de Mistura. Perfil inicialmente estratificado (c,d,e) sujeito à perda de calor na superfície, o que aprofunda a camada de mistura. Perfil inicialmente estratificado (f,g,h) que ganha calor e é misturado por turbulência devido à tensão do vento, resultando em uma camada de mistura mais rasa. Extraído de Talley et al (2011).

# Camadas de Mistura

#### Camada de Mistura de Fundo

- Turbulência e, portanto, mistura no fundo oceânico pode ser gerada por correntes ou cisalhamento de correntes devido ao atrito com o fundo
- Em águas costeiras, a completa mistura da coluna d'água ocorre se as correntes de maré forem fortes o suficiente, dependendo também da profundidade da região
- Mistura no fundo também pode ocorrer pela passagem de correntes por uma topografia acidentada, havendo quebra de ondas internas e turbulência
- Gradientes de densidade também podem gerar mistura (ex. Estreito de Gibraltar)



Mistura de uma pluma de água mais densa conforme avança, em profundidade, encontrando águas menos densas no seu entorno. Extraído de Talley et al (2011).

# Camadas de Mistura

#### Camada de Mistura Interna

- Distante dos contornos, a quebra de ondas internas pode provocar mistura. Cisalhamento vertical por outras causas também podem acarretar mistura
- > Por outro lado, estratificação vertical retém a mistura
- > Relação Estratificação/Mistura: número de Richardson

$$\mathrm{Ri}\,=\,\mathrm{N}^2/(\partial u/\partial z)^2$$

- > N é a Frequência de Brunt-Väisälä:  $N^2 = -g \left( \partial \rho / \partial z \right) / \rho_0$
- Se Ri é pequeno (<0.25), a estratificação é fraca e e o cisalhamento vertical é grande. Neste caso espera-se uma forte mistura

Camadas de Mistura



Desenvolvimento da Camada de Mistura. (i,j) Perfil inicialmente estratificado sujeito à mistura interna, o que cria um perfil escarpado. Extraído de Talley et al (2011).
#### Correntes Inerciais

Numa escala de tempo de dias, a tensão do vento sobre o oceano criam um equilíbrio entre a derivada em relação ao tempo das velocidades horizontais devido à tensão do vento e a Força de Coriolis

 $\partial u/\partial t = fv$ 

 $\partial v/\partial t\,=\,-fu$ 

- No caso acima, assume-se que o gradiente de pressão, o atrito e a advecção são pequenos
- São observadas geralmente no início de tempestades
- No HN, essas correntes descrevem um movimento no sentido horário e no HS em sentido anti-horário



Esquemas da circulação inercial no HN e HS. Extraído de Talley et al (2011).

 $T_{15} = 46,3 h$   $T_{30} = 24 h$   $T_{60} = 13,8 h$ 



Observações de correntes quase-inerciais. Trajetórias de derivadores superficiais durante e após uma tempestade. Extraído de Talley et al (2011).

#### Camadas de Ekman

- A Tensão do vento interage com a camada superficial do oceano por meio dos processos friccionais que se estendem por dezenas de metros de profundidade
- Para escalas de tempo maiores que 1 dia, a resposta do oceano é fortemente afetada pela aceleração de Coriolis
- Chamamos a camada influenciada pelo atrito do vento de Camada de Ekman de Superfície
- O equilíbrio na Camada de Ekman ocorre entre o atrito e a força de Coriolis

- Entre as características da camada de Ekman incluem-se:
- As velocidades são mais intensas na superfície e decaem exponencialmente com a profundidade, desaparecendo em cerca de 50 m
- Em superfície, a água se move a 45° (HN direita; HS esquerda) da direção do vento, sendo esta deflexão causada pela força de Coriolis
- Devido à transmissão vertical de momento proporcional à viscosidade turbulenta, cada camada acelera a próxima camada logo abaixo para a direita (HN) ou esquerda (HS) o que cria uma espiral chamada de Espiral de Ekman
- O transporte integrado na camada de Ekman é 90° à direita do vento no HN e à esquerda do vento no HS

"Ekman flow" - Water velocities decreasing and rotating with increasing depth:

٧° Wind Surface V۱  $V_2$  $\mathsf{D}_\mathsf{E}$  $V_3$ V4  $V_5$ V3 V. Horizontal Plane Ekman spiral Resultant volume transport at right angles to wind

Velocidades na camada de Ekman (HN). Velocidade da água em função da profundidade (projeção superior) e Espiral de Ekman (projeção inferior). A seta maior indica a direção do transporte de Ekman que é perpendicular ao vento. Extraído de Talley et al (2011).

 Podemos estimar o profundidade da camada de Ekman por meio da equação:

$$D_E = (2A_v/f)^{1/2}$$

- Usando um coeficiente viscosidade turbulento constante de 0,05 m<sup>2</sup>/s a camada de Ekman tem espessuras de 63 m (10°), 31 m (45°) e 26 m (80°)
- O Transporte de Ekman (m<sup>2</sup>/s) é dado pela integração vertical do campo de velocidade horizontal, onde:

$$U_E\,=\,\int u_E(z)\,dz \qquad \qquad V_E\,=\,\int v_E(z)\,dz$$

> Quando associado a tensão do vento, temos:  $U_E = \tau^{(y)}/(\rho f)$   $V_E = -\tau^{(x)}/(\rho f)$ 

- Na presença de um fluxo ao longo do fundo, também ocorre a formação de uma Camada de Ekman de Fundo, a qual pode ter espessuras de 50 a 100 m
- Devido ao atrito com o fundo, o fluxo desacelera e, devido a Coriolis, gira havendo, portanto, a formação de uma espiral de Ekman. No entanto, no HN (HS) a direção do fluxo médio é de 90° a esquerda (direita) do fluxo original
- Em regiões rasas, as camadas de Ekman de superfície e fundo podem se sobrepor, assim a tendência de defletir o movimento à direita (HN) da camada de superfície vai contrapor a tendência de defletir à esquerda da camada de fundo

h/D <sub>E</sub>	α	Net flow direction in the water column
>1	45°	At 90° to right of wind
0.5	45°	About 60° to right of wind
0.25	22°	About 25° to right of wind
0.1	3°	About 6° to right of wind

Ângulo do fluxo de superfície ( $\alpha$ ) à direita do vento (HN) e direção do fluxo integrado verticalmente na camada de Ekman. Extraído de Talley et al (2011).

- Convergência e Divergência do Transporte de Ekman
- Variações espaciais da tensão do vento estão associadas a variações no transporte de Ekman, podendo resultar em convergência ou divergência de água na camada de Ekman
- Convergência resulta no afundamento da água para fora da camada de Ekman Bombeamento de Ekman (subsidência)
- Divergência resulta no ascensão de água para dentro da camada de Ekman – Sucção de Ekman (ressurgência)

$$\begin{split} (\partial U_E/\partial x + \partial V_E/\partial y) \, &= \, \nabla \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{U}_E \\ &= \, -(w_{surface} - w_E) \, = \, w_E \end{split}$$



$$\begin{aligned} \nabla \boldsymbol{\cdot} \mathbf{U}_{E} &= \partial / \partial x (\tau^{(y)} / (\rho f)) - \partial / \partial y (\tau^{(x)} / (\rho f)) \\ &= \mathbf{k} \boldsymbol{\cdot} \nabla \times (\tau / \rho f) \end{aligned}$$

Convergência e Divergência do transporte de Ekman no HN devido à variação do vento zonal. Extraído de Talley et al (2011).



(a) Divergência do transporte de Ekman próximo ao equador gerada pelos ventos alísios de leste. (b) Seção meridional mostrando o efeito da divergência do transporte de Ekman na altura de superfície do mar, na termoclina e na temperatura superficial. Extraído de Talley et al (2011).

- A ressurgência Equatorial, devido ao transporte de Ekman, é resultante da tensão dos ventos alísios
- Os ventos alísios geram um transporte de Ekman para norte ao norte do equador aliado a um transporte de Ekman para sul ao sul do equador, provocando uma divergência e, portanto, uma ressurgência
- A costa é uma outra região aonde divergência/ convergência no transporte de Ekman pode ocorrer
- Nesta situação, a divergência/convergência pode ocorrer mesmo em uma situação onde o rotacional do vento é nulo
- Quando um vento sopra paralelo à costa, o transporte de Ekman advecta a água perpendicularmente a costa, o que resulta em ressurgência ou subsidência na costa para alimentar a camada de Ekman



Sistema de Ressurgência Costeira devido ao vento ao longo da costa causando um transporte de Ekman offshore (HN). Os ajustes das isopicnais e a formação de uma corrente de contorno leste e uma subcorrente em direção ao polos. Extraído de Talley et al (2011).

 A teoria de Ekman tem um grande impacto para o entendimento da circulação forçada pelo vento

Observações de uma resposta de Ekman para a região da Corrente da Califórnia. Na esquerda são apresentadas as correntes médias observadas e na direita são apresentadas duas espirais teóricas de Ekman usando diferentes coeficientes de difusão turbulenta (274 cm<sup>2</sup>/s e 1011 cm<sup>2</sup>/s. Os números nas setas representam a profundidade. A seta grande representa o vento médio. Extraído de Talley et al (2011).





Resposta de Ekman. Vetores médios de vento (vermelho) e corrente ageostrófica a 15 m de profundidade (azul). A corrente é calculada a partir de 7 anos de derivadores superficiais a 15 m, com a corrente geostrófica baseada em dados de densidade média de Levitus et al. (1994a) sendo removida. Setas não foram plotadas para a região dentro de 5 graus do equador porque a força de Coriolis é pequena nesta região. Extraído de Talley et al (2011).

- Ao longo da maior parte dos oceanos, em escalas de tempo superiores a vários dias e em escalas espaciais superiores a vários quilômetros, o balanço de forças na horizontal ocorre entre a força do gradiente de pressão e a força de Coriolis ou o balanço geostrófico
- O vetor força do gradiente de pressão aponta da alta para a baixa pressão. Em um fluido sem rotação, este movimento seria em direção à baixa pressão
- Já em um fluido sob o efeito da rotação, a força de Coriolis se opõe à força do gradiente de pressão, sendo a força resultante nula
- Desta forma, o fluido não possui aceleração (em relação à Terra), movendo-se perpendicularmente a estas forças



Forças horizontais do Balanço Geostrófico e velocidade para o HN. PGF = Força do Gradiente de Pressão, CF = Força de Coriolis. Extraído de Talley et al (2011).

Video ajuste geostrófico



Forças horizontais do Balanço Geostrófico e velocidade no HN. PGF = Força do Gradiente de Pressão, CF = Força de Coriolis. Visão de perfil mostrando a elevação da superfície no centro, baixa pressão nos lados e o balanço entre PGF e CF e a direção do fluxo resultante. Extraído de Talley et al (2011).

- O balanço de forças na vertical que acompanha o balanço geostrófico é o balanço hidrostático
- A força do gradiente de pressão vertical (que aponta para cima) é equilibrada pela gravidade (que aponta para baixo)
- As equações que governam o balanço geostrófico e hidrostático são dadas por:

 $-fv\,=\,-(1/\rho)\partial p/\partial x$ 

$$fu\,=\,-(1/\rho)\partial p/\partial y$$

$$0 = -\partial p/\partial z - \rho g$$

Fluxos que contornam regiões de alta pressão são anticiclônicos (horário no HN) e fluxos que contornam regiões de baixa pressão são chamados ciclônicos (anti-horário no HN)

 A velocidade geostrófica na superfície do mar pode ser calculada com base na altura da superfície do mar (η) acima de uma superfície de referência:

$$-fv = -g\partial\eta/\partial x$$
$$fu = -g\partial\eta/\partial y$$

 A variação de um fluxo geostrófico com a profundidade (cisalhamento da velocidade geostrófica) é proporcional à diferença de densidade entre as colunas d'água em ambos lados do fluxo

Diagrama esquemático (HN) da mudança da força gradiente de pressão com a profundidade, assumindo que a coluna A é mais baixa e densa do que a coluna B, ou seja  $\rho_A > \rho_B$  e H<sub>A</sub> < H<sub>B</sub>. A velocidade geostrófica V está entrando na página e é mais intensa na superfície. Se as densidades fossem as mesmas ao longo da coluna d' água então o gradiente de pressão e a velocidade seriam o mesmo ao longo da coluna d'água. Extraído de Talley et al (2011).



Fluxo geostrófico e balanço do vento térmico (HN). (b) Esquema similar ao diagrama anterior, ilustrando o aumento da densidade (vermelho) com a profundidade e a inclinação das isopicnais. A elevação da superfície é maior em B. h<sub>1</sub> representa a superfície do mar e h<sub>2</sub> e h<sub>3</sub> são níveis de profundidade, enquanto que  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  são níveis de pressão. A Força Gradiente de Pressão e velocidade decrescem com a profundidade. Extraído de Talley et al (2011).



- A relação entre o cisalhamento da velocidade geostrófica e o gradiente horizontal de densidade é chamada de Relação do Vento Térmico
- Fluxos geostróficos com cisalhamento vertical, causado pela inclinação das isopicnais, são denominados baroclínicos enquanto que fluxos geostróficos sem cisalhamento vertical são denominados barotrópicos
- Fluxos barotrópicos são gerados somente por variações horizontais na altura da superfície do mar

#### Método Dinâmico

- Para calcularmos a velocidade geostrófica, devemos conhecer a diferença da pressão horizontal absoluta entre duas localidades
- Com a distribuição da densidade podemos somente estimar o cisalhamento vertical. Para transformarmos estas correntes relativas em correntes absolutas, temos que determinar ou estimar: i) a velocidade absoluta ou ii) o gradiente de pressão em um dado nivel, chamado de **nível de referência**
- É comum assumir-se um nível de não-movimento onde a velocidade absoluta é zero em uma determinada profundidade

- Para calcular o cisalhamento da velocidade geostrófica a partir de perfis de densidade, os oceanógrafos criaram duas funções relacionadas, a **anomalia de geopotencial** e a **altura dinâmica**, cujos gradientes horizontais representam a força do gradiente de pressão
- > A anomalia de geopotencial é definida por:

$$\begin{split} \Delta \Phi &= -\int \delta \, dp \\ \delta &= \alpha(S,T,p) - \alpha(35,0,p) \end{split}$$

onde

A altura dinâmica D é diretamente relacionada ao geopotencial Φ, diferindo apenas no sinal e nas unidades, onde um metro dinâmico é equivalente a 10 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>

$$\Delta D = -\Delta \Phi / 10 = \int \delta \, dp / 10$$



Fluxo geostrófico com base em observações. (a) Seção vertical da distribuição de densidade potencial ao longo da Corrente do Golfo (66°W em 1997). (b) Anomalia de volume específico nas estações A e B. (c) Perfis de altura dinâmica (metros dinâmicos) para as estações A e B, integrados a partir da profundidade de 3000 m. (d) Velocidade geostrófica para leste (cm/s), assumindo-se que a velocidade é zero a 3000 m. Extraído de Talley et al (2011).



Mapa da topografia dinâmica computados a partir da combinação de dados do GRACE, altimétricos e medições in situ. Extraído de Rio et al (2011). Neste mapa, é importante evidenciar os giros subtropicais (alta pressão – anticiclônicos), os giros sub-polares (baixa pressão – ciclônicos), a assimetria dos giros, com correntes mais intensas na margem oeste dos oceanos, a diferença leste-oeste da topografia na região equatorial e o fluxo para leste ao longo da Corrente Circumpolar Antártica.

#### Modelo de Duas Camadas

- É conveniente se pensar no oceano dividido em duas camadas na vertical, como uma simplificação da realidade
- Neste caso, a camada inferior possui densidade maior que a superior e tem profundidade infinita. Já a camada superior tem profundidade (h + H), onde h representa a altura acima da superfície do mar e H representa a profundidade da base da camada superior, ou a interface entre as duas camadas
- As linhas isopicnais assumem uma orientação contrária à superfície do mar. Em outras palavras, se a superfície estiver côncava, as isopicnais encontram-se convexas, criando um movimento ciclônico. Se, pelo contrário, a superfície estiver convexa, as isopicnais encontram-se côncavas, criando um movimento anticiclônico



Modelo de duas camadas. (a) Circulação oceânica ciclônica com núcleo frio, mostrando as estruturas ideais da superfície do mar e da termoclina. (b) circulação oceânica anticiclônica com núcleo quente Extraído de Talley et al (2011).

# Vorticidade, ondas de Kelvin e Rossby e instabilidades

- Um problema aparente com o balanço geostrófico é que ele não inclui nenhuma das forçantes externas que geram os fluxos, sendo apenas um balanço entre a força de Coriolis e a força do gradiente de pressão
- Para que estas forçantes apareçam, é necessário que se analise a equação da vorticidade, a qual é derivada da combinação da equação do momento, onde os termos associados ao gradiente de pressão são eliminados

# Vorticidade, ondas de Kelvin e Rossby e instabilidades

- Vorticidade é a tendência em haver rotação no fluido
- É um vetor que aponta para fora do plano no qual o movimento acontece
- O sinal da vorticidade pode ser obtido através da regra da mão direita: polegar para cima (positivo); polegar para baixo (negativo)

$$\begin{split} \boldsymbol{\omega} &= \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{v} = \boldsymbol{i} (\partial v / \partial z - \partial w / \partial y) \\ &+ \boldsymbol{j} (\partial w / \partial x - \partial u / \partial z) + \boldsymbol{k} (\partial v / \partial x - \partial u / \partial y) \end{split}$$

 $\succ$  O vetor vorticidade  $\boldsymbol{\omega}$  é o rotacional do vetor velocidade  $\mathbf{v}$ 



Vorticidade (a) positiva e (b) negativa. A regra da mão direita mostra a direção da vorticidade pela direção do polegar (para cima, positiva; para baixo, negativa). Extraído de Talley et al (2011).

# Vorticidade, ondas de Kelvin e Rossby e instabilidades

 Fluidos (e todos os objetos) possuem vorticidade simplesmente por causa da rotação da Terra. Essa vorticidade é chamada de **vorticidade planetária**

 $\omega_{\text{planetary}} = 2\Omega$ 

- O vetor vorticidade planetária aponta para cima, paralelo ao eixo de rotação da Terra
- A vorticidade do movimento de um fluido em relação à superfície da Terra é a vorticidade Relativa
- A vorticidade absoluta ou total de um fluido é dada pela soma da vorticidade planetária e relativa

# Vorticidade, ondas de Kelvin e Rossby e instabilidades

- No contexto da oceanografia de larga-escala, somente a componente vertical da vorticidade absoluta é utilizada, uma vez que a espessura dos fluidos é muito pequena comparada ao raio da Terra e os movimentos são praticamente horizontais. Sendo assim temos:
- Componente vertical da vorticidade planetária é o parâmetro de Coriolis f
- Componente vertical da vorticidade relativa é dada por:

$$\varsigma = (\partial v / \partial x - \partial u / \partial y) = curl_z v$$
- A vorticidade potencial é uma quantidade importante relacionada às vorticidades relativa e planetária
- Esta quantidade leva em consideração a altura da coluna d'água como também a sua rotação (vorticidade)

$$Q\,=\,(\zeta+f)/H$$

- A conservação de vorticidade potencial é um dos mais importantes conceitos da dinâmica dos fluidos
- Quando somente a gravidade atua sobre o fluido e não fontes que possam alterar a flutuabilidade (mudando assim a densidade), a vorticidade potencial é conservada

$$DQ/Dt = 0$$

- Dinamicamente, a conservação da vorticidade potencial tem as seguintes implicações:
- Se uma coluna de água for comprimida e achatada (preservando a massa), ela deve girar mais lentamente
- Por outro lado, se uma coluna de água for esticada e afinada, ela girará mais rápido
- No oceano, os ajustes para conservar a vorticidade de um fluido consistem em seu estiramento/ achatamento; rotação e migração para regiões de maiores/ menores latitudes
- $\succ$  Como a mudança de latitude (Φ) afeta as correntes, usa-se o parâmetro β para esta representação, onde:

$$\beta = df/dy = 2\Omega \cos \phi/R_e$$



Conservação da vorticidade potencial Q na ausência de estiramento (HN): balanço entre vorticidade planetária e vorticidade relativa. Extraído de Talley et al (2011).



Conservação da vorticidade potencial Q na ausência de mudança na vorticidade planetária (HN): balanço entre estiramento e vorticidade relativa. Extraído de Talley et al (2011).



Conservação da vorticidade potencial Q na ausência de vorticidade relativa (HN): balanço entre estiramento e vorticidade planetária. Extraído de Talley et al (2011).

#### Ondas de Rossby

- O ajuste de qualquer fluido a mudanças em seu forçamento liberam ondas e assim estabelecem um equilíbrio com o novo forçamento
- Em larga-escala, a circulação geostrófica se ajusta a mudança no padrão de ventos ou variações termohalinas principalmente através das ondas planetárias ou Ondas de Rossby e Ondas de Kelvin
- Muito da variabilidade do oceano pode ser entendida pelas propriedades das ondas de Rossby

- Entre as principais características das ondas de Rossby, incluem-se:
- Apresentam comprimentos de onda medindo entre dezenas a milhares de quilômetros
- Propagam-se na horizontal e sempre para oeste em ambos hemisférios
- A força restauradora das ondas de Rossby é a variação latitudinal do parâmetro de Coriolis
- Ao mudar de latitude, deve haver conservação de vorticidade, portanto, a altura da coluna ou a vorticidade relativa começam a variar. Como em todas as ondas, a coluna desestabiliza e tem que ser restaurada novamente, gerando a onda
- A velocidade de grupo das ondas de Rossby é para oeste (ondas longas) e para leste (ondas curtas)



Esquema de uma Onda longa de Rossby. Fluxo geostrófico devido as variações de pressão move as colunas para norte ou sul, produzindo propagação da onda para oeste. Extraído de Talley et al (2011).



Anomalia da altura da superfície do oceano a 24 graus de latitude em cada um dos oceanos, a partir de medidas de satélites. Extraído de Talley et al (2011).

- Raio de Deformação de Rossby
- É a escala de comprimento que separa ondas de Rossby longas e curtas
- O raio de deformação de Rossby para o oceano não estratificado ou Raio Barotrópico (externo) de Deformação de Rossby:

$$R_E = (gH)^{1/2}/f$$

O raio de deformação de Rossby para o oceano estratificado ou Raio Baroclínico (interno) de Deformação de Rossby, onde Hs é a escala vertical (e.g. Profundidade da termoclina):

$$R_{I}\,=\,NH_{s}/f$$



Raio de deformação de Rossby (em km) para o primeiro modo baroclínico. Extraído de Talley et al (2011).



Período mais curto (em dias) para o raio de deformação de Rossby para o primeiro modo baroclínico da Figura anterior. Extraído de Talley et al (2011).



Diagrama de dispersão para o primeiro modo baroclínico das ondas de Rossby considerando a latitude de 20°N e um raio de deformação de Rossby de 50 km. Extraído de Talley et al (2011).

#### Instabilidades

- Quase todos os fluxos de água são instáveis
- Instabilidades dos fluxos são estudadas considerando-se um fluxo médio e pequenas perturbações que podem crescer exponencialmente
- As duas fontes de energia para as instabilidades são as energias cinética e potencial do fluxo médio
- Instabilidades barotrópicas utilizam a energia cinética do cisalhamento horizontal do fluxo
- Instabilidades baroclínicas utilizam a energia potencial do fluxo. Para que haja energia potencial, as isopicnais devem estar inclinadas

#### • Ondas de Kelvin

- Regiões costeiras e o equador podem abrigar um tipo especial de onda híbrida chamada de Onda de Kelvin que inclui os efeitos de onda de gravidade e de Coriolis
- Tais ondas empilham a água na costa e no equador, isto é, sua amplitude é máxima na costa/equador e decai exponencialmente em direção ao oceano (ou aos polos) conforme o raio de deformação de Rossby
- Possuem comprimentos de onda da ordem de milhares de quilômetros
- Propagam-se com a costa à direita (esquerda) no HN (HS). No equador (que atua como uma barreira) se propagam sempre para leste

- São importantes nos contornos leste, pois transferem informação de equador para os polos. Também indicam como o oceano equatorial se ajusta às mudanças de vento tal como ocorre durante o El Niño
- Na direção ao longo da costa, as ondas de Kelvin se comportam como ondas de gravidade, com exceção do fato que só se propagam em uma direção
- Na direção normal à costa, a sua amplitude é máxima próximo a costa e a mesma decai de acordo com o raio de Rossby. Como o equilíbrio geostrófico ocorre ao longo desta direção, temos que as velocidades são exatamente paralelas à costa

- A circulação de larga-escala nas bacias oceânicas é assimétrica, com correntes mais intensas e estreitas na borda oeste dos oceanos e um fluxo mais suave no interior do oceano
- Esta assimetria é conhecida com intensificação oeste da circulação e ocorre em ambos os hemisférios e nos giros subtropicais e subpolares
- Sverdrup (1947) foi o primeiro a explicar o balanço de vorticidade que ocorre no interior do oceano
- Stommel (1948) e Munk (1950) apresentaram as primeiras explicações para as correntes de contorno oeste

#### Modelo de Sverdrup (1947)

- Nos giros subtropicais, o fluxo no interior flui para o equador em ambos hemisférios
- Nos giros subpolares, o fluxo no interior flui para os polos em ambos hemisférios

Ao sul de 30°N, o Oceano Pacífico é dominado por ventos alísios de leste (transporte de Ekman para norte). Ao norte, é dominado pelos ventos de oeste (transporte de Ekman para sul). Como resultado, temos uma convergência de Ekman ao longo do Pacífico Norte subtropical

A água superficial que converge nos subtrópicos a f u n d a , o c o r r e n d o subsidência



Modelo de Sverdrup para a circulação gerada pelo vento. Westerlies e ventos alísios geram transporte de Ekman, provocando bombeamento/ sucção de Ekman e consequentemente transporte de Sverdrup. Extraído de Talley et al (2011).

Essa subsidência, por sua vez, empurra a coluna de água verticalmente, achatando-a. Por conservação da vorticidade, esse achatamento é compensado por um decréscimo em f (uma vez que a vorticidade relativa no interior do oceano é pequena), resultando em um movimento em direção ao equador



Modelo de Sverdrup para a circulação gerada pelo vento. Westerlies e ventos alísios geram transporte de Ekman, provocando bombeamento/ sucção de Ekman e consequentemente transporte de Sverdrup. Extraído de Talley et al (2011).

No Pacífico Norte supolar, ao norte de 40°N o transporte de Ekman é para Sul, havendo portanto, ressurgência

Essa ressurgência estira a coluna de água e causa um movimento em direção ao polo



Modelo de Sverdrup para a circulação gerada pelo vento. Westerlies e ventos alísios geram transporte de Ekman, provocando bombeamento/ sucção de Ekman e consequentemente transporte de Sverdrup. Extraído de Talley et al (2011).

- O Transporte de Sverdrup é o transporte meridional líquido diagnosticado nos giros subtropical e subpolar resultante das mudanças da vorticidade planetária que equilibram o bombeamento/sucção de Ekman
- Matematicamente o balanço de Sverdrup pode ser expresso por:

$$\begin{split} \beta(M^{(y)} - (\tau^{(x)}/f)) &= \partial/\partial x(\tau^{(y)}) - \partial/\partial y(\tau^{(x)}) \\ &= "curl \tau" \end{split}$$

O transporte de massa meridional no balanço de Sverdrup é proporcional ao rotacional do vento corrigido do transporte de Ekman



Transporte de Sverdrup (Sv), onde azul significa sentido horário e positivo significa sentido antihorário. Os dados de tensão do vento são provenientes da reanálise do NCEP entre 1968-1996. Extraído de Talley et al (2011). Regiões onde ocorrem convergências (divergência), tem transporte direcionado para o equador (polos)

#### Modelo de Stommel (1948)

- Como o balanço de Sverdrup se aplica a toda a bacia oceânica, o fluxo de retorno deve ocorrer como um estreito e meridional jato, onde o balanço de vorticidade é diferente do balanço de Sverdrup
- Assim, Stommel, incluiu a dissipação de vorticidade potencial "Q" no lado direito da equação do modelo de Sverdrup e mostrou que o fluxo de retorno deveria ser ao longo do contorno oeste
- Neste modelo, no contorno oeste, as variações da vorticidade planetária são compensadas pela fricção com o fundo, resultando em correntes bastante intensas, estreitas e profundas



Modelo de Stommel para a circulação gerada pelo vento nos giros subtropicais. (a) elevação da superfície numa Terra com rotação uniforme (cilíndrica). (b) intensificação no contorno oeste com variação do parâmetro de Coriolis (Terra esférica). Extraído de Talley et al (2011).

#### Modelo de Munk (1950)

- Assim como Stommel, Munk também mostrou a intensificação nas correntes de contorno oeste, mas apresentou um modelo mais realístico de dissipação:
- Neste modelo, no contorno oeste, as variações da vorticidade planetária são compensadas pela fricção lateral entre as correntes e o continente (contorno lateral)



Esquema do modelo de circulação gerada pelo vento de Munk (1950). Ventos zonais à esquerda e linhas de corrente ao centro. Extraído de Talley et al (2011).

- O modelo de Munk explica, através da conservação de vorticidade potencial, a intensificação das correntes no lado oeste dos oceanos
- Se considerarmos o interior de um giro subtropical e de acordo com o balanço de Sverdrup, temos que o bombeamento de Ekman comprime a coluna de água, que por sua vez se move em direção ao equador para regiões onde a vorticidade planetária é menor
- No entanto, para que esta água retorne para maiores latitudes ela precisa ganhar vorticidade e isto pode ocorrer ou através do estiramento ou através da vorticidade relativa
- Como o estiramento (devido ao rotacional do vento) ao longo destas regiões estreitas não ocorre ou é insuficiente, o fluido necessariamente precisa ganhar vorticidade relativa **positiva** e isto só pode ocorrer ao longo do contorno oeste



Balanço de vorticidade em um contorno oeste (HN), com atrito lateral e de acordo com o Modelo de Munk. Extraído de Talley et al (2011).



Balanço hipotético de vorticidade em um contorno leste (HN), mostrando que apenas os contornos oeste podem adicionar vorticidade relativa positiva necessária para que o fluxo se mova em direção a maiores latitudes. Extraído de Talley et al (2011).

- O que acontece com a circulação gerada pela vento em um oceano estratificado?
- > São formadas as regiões de subducção e obducção
- No caso específico das regiões de subducção associadas ao giro subtropical temos 3 regiões distintas: i) um região ventilada, ii) uma piscina não ventilada com uma circulação que entra e sai pelo contorno oeste sem entrar na camada superficial e iii) uma zona de sobra no lado leste



Figura esquemática para o processo de subducção. Extraído de Talley et al (2011).

## Correntes de Contorno Leste e Ressurgência

- A circulação no contorno leste dos oceanos é forçada pela tensão do vento ao longo da costa, o que resulta em transporte de Ekman em direção ao oceano ou costa, que por sua vez causa ressurgência ou subsidência
- Abaixo ou mais próximo da costa, as correntes de contorno leste que fluem para o equador são acompanhadas de uma subcorrente ou contra-corrente (em sentido oposto a este jato)

## Correntes de Contorno Leste e Ressurgência

- A explicação para as correntes de contorno leste é a seguinte:
- Ventos em direção ao equador induzem transporte de Ekman em direção ao oceano, o que por sua vez promove a ressurgência de águas mais profundas em uma região muito próxima à costa. Velocidades típicas verticais são da ordem de 5-10 m/dia
- A zona de ressurgência entretanto pode se estender por mais de 100 km devido ao aumento da tensão do vento em direção ao oceano, induzindo um rotacional positivo do vento
- A água de ressurgência é mais fria em relação à água da superfície. Ela se origina abaixo da zona eufótica e, portanto, é rica em nutrientes
- A ressurgência é fortemente sazonal, devido à sazonalidade dos ventos



Sistema de Ressurgência Costeira devido ao vento ao longo da costa causando um transporte de Ekman offshore (HN). Os ajustes das isopicnais e a formação de uma corrente de contorno leste e uma subcorrente em direção ao polos. Extraído de Talley et al (2011).

## Correntes de Contorno Leste e Ressurgência

- A ressurgência costeira é acompanhada de uma elevação nas isopicnais em direção à costa
- Em função disto observamos a formação de um fluxo gestrófico que equilibra este gradiente de pressão normal à costa
- Estas Correntes de Contorno Leste tem largura menor que 100 km, são rasas (100m), intensas (40 a 80 cm/s) e altamente sazonais
- Contra-correntes (em direção aos polos) ocorrem em profundidades da ordem de 200 m e abaixo da corrente que flui em direção ao equador
- O mecanismo forçante da contra-corrente é a força gradiente de pressão orientada em direção aos polos
#### Circulação Equatorial

- A circulação em uma pequena faixa de 2° em relação ao equador é muito diferente da circulação apresentada para outras regiões em função do parâmetro de Coriolis
- Como nesta região não existe camada de Ekman, os ventos alísios geram uma circulação equatorial direcionada para oeste
- Este é um fluxo raso (50 a 100 m de profundidade) e de intensidade moderada (10 a 20 cm/s)
- Nos 3 oceanos, este fluxo empilha água no oeste, deixando uma depressão no leste
- Em função deste desnível, existe a criação de uma força gradiente de pressão de oeste para leste, o que dá origem a Sub-corrente Equatorial

#### Circulação Equatorial



Condições de (a) La Niña, (b) Normal e El Niño. Extraído de Talley et al (2011).

# Circulação Profunda

- A circulação profunda do oceano, ou circulação termohalina, é explicada também pelos conceitos baseados na vorticidade potencial. Um dos modelos que explica a circulação abissal é o modelo de Stommel e Arons
- As fontes de água profunda são bem localizadas. A água profunda ocupa a camada profunda do oceano, o que iria elevar a parte superior desta camada se não houvesse difusão turbulenta para baixo
- Esta ressurgência profunda atua para estirar a coluna d'água das águas profundas
- > Por conservação de vorticidade, o fluxo flui em direção aos polos
- Este fluxo não é um fluxo intuitivo, pois ele é direcionado para as fontes. Sendo assim, as Correntes de Contorno Oeste Profundas conectam as fontes e os fluxos no interior para os polos

## Circulação Profunda



Modelo global de Circulação Profunda, assumindo duas fontes de águas profundas (círculos cheios perto da Groenlândia e Antártica. Extraído de Talley et al (2011).

## Circulação Profunda



Esquema do modelo de duas caixas de Stommel (1965) sobre a Circulação Termohalina. Extraído de Talley et al (2011).

### Referências Bibliográficas

Talley et al (2011). *Dynamical Processes for Descriptive Ocean Circulation*. In Descriptive Physical Oceanography: an introduction, pp. 187-221.

Talley et al (2011). *Dynamical Processes for Descriptive Ocean Circulation*. In Descriptive Physical Oceanography: an introduction. In Supplementary Materials of Chapter S7, pp. 1-72.